

ANALISIS STATISTIK UNTUK MENENTUKAN PENGARUH KEMAGNETAN DAN FRAKSI TERHADAP EKSTRAKSI Al_2O_3 PADA PROSES *MAGNETIC SEPARATION*

The Statistical Analysis for Determining the Effect of the Magnetic and Fraction on the Al_2O_3 Extraction on the Magnetic Separation Process

Sri Winarni¹, Stefanus Suryo², Neneng Sunengsih³

^{1,3} Departemen Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran
Jln. Raya Bandung Sumedang Km. 21 Jatinangor, 45361 Jawa Barat
Telp./Faks: (022) 7796002
Email: sri.winarni@unpad.ac.id, nenks.stat@gmail.com

² Pusat Penelitian dan Pengembangan Teknologi Mineral dan Batubara (*tekMIRA*)
Jln. Jend. Sudirman No. 623 Bandung, Jawa Barat 40211
Telp./Faks: (022) 6030483
Email: stefanus.suryo2017@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini mengkaji analisis statistik pada proses *magnetic separation* mineral Al_2O_3 . Percobaan dilakukan oleh Pusat Penelitian dan Pengembangan Teknologi Mineral dan Batubara (Puslibang *tekMIRA*). Dicobakan faktor kekuatan medan magnet (kemagnetan) dan ukuran mineral (fraksi). Pengukuran yang dilakukan pada proses *magnetic separation* ini berupa persentase kadar Al_2O_3 . Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan kombinasi perlakuan dari faktor kemagnetan dan fraksi yang menghasilkan kadar Al_2O_3 terbaik. Metode analisis statistik yang digunakan adalah Anova dan uji lanjut Duncan. Pengujian asumsi Anova dilakukan dan didapatkan bahwa asumsi kenormalan dan kehomogenan ragam residual terpenuhi sehingga hasil pengujian dijamin valid. Hasil yang diperoleh adalah pada faktor kemagnetan, kekuatan medan magnet 7500 gauss menghasilkan kadar Al_2O_3 tertinggi dengan rata-rata sebesar 57,25% dan standar deviasi sebesar 1,62. Pada faktor fraksi, kadar Al_2O_3 tertinggi dihasilkan oleh fraksi -30+60 mesh (F2) dengan rata-rata 57,39% dengan standar deviasi 1,79.

Kata kunci: *magnetic separation, ekstraksi Al_2O_3 , desain faktorial*

ABSTRACT

This study examined the statistical analysis on the magnetic separation process of Al_2O_3 minerals. The experiment was conducted by the Center of Mineral and Coal Technology Research and Development by attempting the magnetic field strength (magnetism) and mineral size (fraction). The measurements made on the magnetic separation process are in the form of percentage of Al_2O_3 content. The aim of this study was to obtain a combination of treatment of the magnetism and fraction factors which produced the best Al_2O_3 levels. The statistical analysis method used is Anova

and Duncan's test. The testing of Anova assumptions was carried out and it was found that the assumption of the normality and homogeneity of various residuals was fulfilled, so that the test results were guaranteed valid. The results obtained on the magnetism factor showed that 7500 gauss magnetic field strength produced the highest Al_2O_3 content with an average of 57.25% and a standard deviation of 1.62. In the fraction factor, the highest Al_2O_3 content was produced by the fraction -30 + 60 mesh with an average of 57.39% and a standard deviation of 1.79.

Keywords: magnetic separation, Al_2O_3 extraction, factorial design

PENDAHULUAN

Magnetic separation merupakan pemisahan satu mineral atau lebih dengan mineral lainnya yang memanfaatkan perbedaan sifat kemagnetan dari mineral-mineral yang dipisahkan (Stamboliadis & Kailis, 2004). Mineral-mineral yang terdapat dalam bijih akan memberikan respons terhadap medan magnet sesuai dengan sifat kemagnetan yang dimilikinya. Mineral-mineral yang memiliki sifat kemagnetan tinggi akan merespons atau terpengaruh oleh medan magnet (Sivrikaya & Arol, 2012). Mineral-mineral ini akan tertarik oleh medan magnet dan dikelompokkan sebagai *mineral magnetic*. Konjungsi mineral-mineral yang tidak memiliki sifat kemagnetan tidak akan merespons atau terpengaruh ketika dilewatkan pada medan magnet. Mineral-mineral ini tidak akan tertarik oleh medan magnet dan dikelompokkan sebagai mineral *nonmagnetic* (Siame et al., 2017).

Pada penelitian ini akan diamati proses *magnetic separation* pada mineral Al_2O_3 . Contoh kasus yang digunakan adalah kasus penelitian yang dilakukan oleh Pusat Penelitian dan Pengembangan Teknologi Mineral dan Batubara (Puslitbang tekMIRA). Pada proses *magnetic separator* Al_2O_3 ini dicobakan empat kekuatan medan magnet dan lima ukuran fraksi partikel.

Analisis statistik merupakan alat analisis yang berdasarkan pada kaidah-kaidah statistika. Analisis statistik yang tepat diperlukan untuk mendapatkan hasil analisis yang valid. Kekeliruan dalam melakukan analisis statistik akan menghasilkan kesimpulan yang tidak tepat. Analisis statistik kerap kali berdasarkan pada asumsi-asumsi yang harus dipenuhi untuk menjamin hasil analisis yang valid. Sebuah penelitian yang menghasilkan informasi tidak tepat bukan berarti penelitian tersebut keliru, melainkan bisa jadi disebabkan oleh penggunaan analisis yang tidak tepat (Montgomery, 2013).

Permasalahan yang muncul pada penelitian ini adalah apakah ada pengaruh kemagnetan dan fraksi terhadap kadar Al_2O_3 ? Pada perlakuan kemagnetan dan fraksi berapakah yang menghasilkan kadar Al_2O_3 terbaik? Bagaimana analisis statistik yang valid dan tepat untuk mengetahui pengaruh kemagnetan dan fraksi tersebut?

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui pengaruh faktor kemagnetan dan fraksi terhadap persen ekstraksi Al_2O_3 (kadar Al_2O_3). Selain itu, penelitian ini juga bertujuan memberikan kajian mengenai analisis statistik untuk penelitian yang menggunakan desain eksperimen.

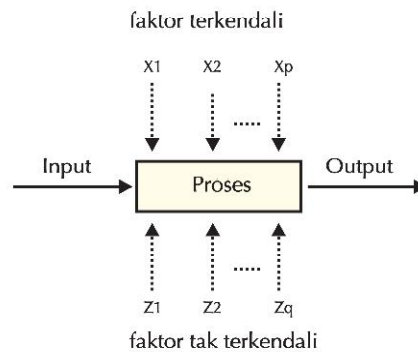
METODOLOGI

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kuantitatif. Penggunaan analisis statistik yang tepat sangat dibutuhkan untuk mendapatkan hasil pengujian yang valid. Penelitian ini menggunakan analisis desain eksperimen dalam percobaan *magnetic separator* yang dilakukan. Dalam analisisnya digunakan desain faktorial acak lengkap karena bijih mineral sebagai unit eksperimen bersifat homogen. Untuk mengetahui pengaruh faktor kemagnetan dan fraksi terhadap kadar Al_2O_3 , digunakan *Analysis of Variance* (Anova). Jika ada pengaruh faktor, dilakukan uji lanjut.

PEMBAHASAN

Desain Eksperimen

Desain eksperimen merupakan suatu uji atau sederetan uji. Dalam hal ini suatu proses atau sistem mengakibatkan terjadinya perubahan yang cukup berarti dari variabel input menjadi variabel *output* yang dapat diamati melalui respons yang muncul (Montgomery DC, 2013). Proses perubahan tersebut dapat dijelaskan pada Gambar 1. Input yang masuk pada proses ini berupa faktor-faktor perlakuan yang dicobakan dalam eksperimen yang kemudian efek dari perlakuan tersebut dapat dilihat dari *output* respons yang diamati.



Gambar 1. Skema Proses Desain Eksperimen

Dalam merancang suatu desain eksperimen perlu diperhatikan tiga prinsip dasar berikut (Gesper V, 1991)

- Pengacakan (*randomization*)
Pengacakan diartikan bahwa setiap unit eksperimen memiliki peluang yang sama untuk diberikan suatu perlakuan. Fungsi pengacakan ini adalah untuk menghindari eror sistematis dan untuk meningkatkan validitas kesimpulan.
- Replikasi
Replikasi adalah diterapkannya satu perlakuan pada lebih dari satu unit eksperimen. Replikasi dilakukan guna menduga eror eksperimen, menduga standar eror rata-rata perlakuan, dan meningkatkan presisi kesimpulan.
- Kontrol lokal
Kontrol lokal merupakan pengendalian kondisi-kondisi lingkungan yang berpotensi memengaruhi respons dari perlakuan. Strategi yang digunakan dalam mengendalikan kondisi lingkungan ini adalah dengan melakukan pengelompokan. Kontrol lokal dilakukan untuk meningkatkan presisi kesimpulan.

Desain Faktorial Acak Lengkap

Desain faktorial adalah desain eksperimen yang mengujicobakan dua faktor atau lebih. Perlakuan yang dibentuk merupakan kombinasi taraf dari faktor yang dicobakan. Sebagai contoh adalah percobaan dengan dua faktor A dan B, faktor A diujicobakan dalam 2 taraf (a_1 dan a_2), faktor B diujicobakan dalam 3 taraf (b_1, b_2, b_3). Oleh karena itu, kombinasi perlakuan yang terbentuk adalah $a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3$. Desain faktorial acak sempurna digunakan ketika unit percobaan yang digunakan dalam kondisi homogen.

Tujuan utama dari penggunaan desain faktorial adalah untuk mengetahui pengaruh interaksi dari faktor-faktor yang dicobakan. Pengertian pengaruh interaksi adalah pengaruh dari satu faktor

bergantung pada taraf faktor yang lain. Pengaruh interaksi dapat dideteksi secara visual melalui plot interaksi. Jika terdapat perpotongan pada plot interaksi, hal tersebut mengindikasikan adanya interaksi. Adapun jika plot interaksi membentuk pola sejajar, hal tersebut mengindikasikan tidak adanya pengaruh interaksi. Pengujian formal untuk pengaruh interaksi dilakukan dengan Anova (Montgomery, 2013).

Model linear merupakan bentuk hubungan antara faktor-faktor percobaan dan variabel responnya. Model linear untuk desain faktorial acak lengkap diberikan pada Persamaan 1.

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \dots\dots\dots (1)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, a$, $j = 1, 2, \dots, b$, dan $k = 1, 2, \dots, n$

Keterangan :

- Y_{ijk} : Pengamatan pada faktor A taraf ke- i dan faktor B taraf ke- j ulangan ke- k
- μ : Rataan umum
- τ_i : Pengaruh faktor A taraf ke- i
- β_j : Pengaruh faktor B taraf ke- j
- $(\tau\beta)_{ij}$: Pengaruh interaksi faktor A taraf ke- i dan faktor B taraf ke- j pada ulangan ke- k
- ε_{ijk} : Pengaruh eror pada faktor A taraf ke- i dan faktor B taraf ke- j ulangan ke- k

Hipotesis yang akan diuji pada desain faktorial terdiri dari hipotesis untuk pengaruh faktor utama dan hipotesis untuk pengaruh interaksi faktor.

Pengaruh faktor A:

- H_0 : $\tau_1 = \dots = \tau_a = 0$ (Faktor A tidak berpengaruh terhadap respon yang diamati)
- H_1 : paling sedikit ada satu i dimana $\tau_i \neq 0$

Pengaruh faktor B:

- H_0 : $\beta_1 = \dots = \beta_b = 0$ (Faktor B tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)
- H_1 : paling sedikit ada satu j dimana $\beta_j \neq 0$

Pengaruh interaksi faktor A dan B:

- H_0 : $(\tau\beta)_{11} = \dots = (\tau\beta)_{ab} = 0$
(tidak ada pengaruh interaksi antara Faktor A dan faktor B terhadap respons yang diamati)
- H_1 : paling sedikit ada satu ij dimana $(\tau\beta)_{ij} \neq 0$

Analysis of Variance (Anova) merupakan alat analisis yang memecah komponen keragaman respons menjadi komponen keragaman faktor. Anova untuk desain faktorial acak lengkap terdiri dari komponen pengaruh faktor A, pengaruh faktor B, dan pengaruh interaksi faktor A dan B. Terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi untuk menggunakan Anova. Asumsi-asumsi tersebut adalah (Salomon et al., 2015)

- a. Model linear bersifat aditif, artinya bersifat saling menambahkan, bukan multiplikatif.
- b. Residual bersifat acak.
- c. Residual berdistribusi normal.
- d. Residual memiliki ragam yang homogen.

Keempat asumsi tersebut harus terpenuhi untuk mendapatkan hasil analisis yang valid. Jika asumsi pada poin c atau d tidak terpenuhi, perlu dilakukan transformasi pada data. Tabel Anova untuk desain faktorial acak lengkap diberikan pada Tabel 1. (Montgomery, 2013)

Tabel 1. Tabel Anova untuk Desain Faktorial Acak Lengkap

Sumber Keragaman	Derajat bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-Hitung	F-Tabel
Faktor A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTE	$F_{\alpha; dbA, dbe}$
Faktor B	b-1	JKB	KTB	KTB/KTE	$F_{\alpha; dbB, dbe}$
Interaksi A*B	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/KTE	$F_{\alpha; dbAB, dbe}$
Error	ab(n-1)	JKE	KTE		
Total	abn-1	JKT			

Dengan rumus hitung jumlah kuadrat diberikan pada Persamaan 2-7.

$$\text{Faktor Koreksi (FK)} \quad FK = \frac{Y_{..}^2}{abn} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Total (JKT)} \quad JKT = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n Y_{ijk}^2 - FK \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Faktor A (JKA)} \quad JKA = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i..}^2}{b} - FK \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Faktor B (JKB)} \quad JKB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j.}^2}{a} - FK \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Interaksi A*B (JKAB)} \quad JKAB = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{ij.}^2}{n} - JKA - JKB - FK \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Error (JKE)} \quad JKE = JKT - JKA - JKB - JKAB \quad \dots\dots\dots (7)$$

Kaidah pengujian dalam Anova:

Pengaruh faktor A:

Tolak H_0 jika F-hitung > F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbA, v2=db \text{ error}}$)

Terima H_0 jika F-hitung $\leq$ F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbA, v2=db \text{ error}}$)

Jika dari hasil pengujian didapatkan hasil tolak H_0 maka artinya ada perbedaan pengaruh faktor A terhadap respons

Pengaruh faktor B:

Tolak H_0 jika F-hitung > F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbB, v2= db \text{ error}}$)

Terima H_0 jika F-hitung $\leq$ F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbB, v2= db \text{ error}}$)

Jika dari hasil pengujian didapatkan hasil tolak H_0 maka artinya ada perbedaan pengaruh faktor B terhadap respons

Pengaruh interaksi faktor A dan B:

Tolak H_0 jika F-hitung > F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbAB, v2= db \text{ error}}$)

Terima H_0 jika F-hitung $\leq$ F-tabel ($F_{\alpha; v1=dbAB, v2= db \text{ error}}$)

Jika dari hasil pengujian didapatkan hasil tolak H_0 maka artinya ada pengaruh interaksi antara faktor A dan faktor B.

Jika dari hasil pengujian didapatkan hasil tolak H_0 , artinya ada pengaruh interaksi antara faktor A dan faktor B.

Uji Lanjut Setelah Anova untuk Desain Faktorial Acak Lengkap

Uji lanjut dilakukan untuk mengetahui perbedaan pengaruh faktor. Salah satu uji lanjut yang bisa digunakan adalah uji Duncan. Uji ini dipilih dengan pertimbangan bahwa uji Duncan memiliki sensitifitas yang lebih tinggi dalam menguji perbedaan rata-rata perlakuan. Hal ini dikarenakan uji Duncan memiliki titik kritis sebanyak jarak perlakuan yang diuji. Uji lanjut pada desain faktorial dilakukan ketika ada pengaruh signifikan pada pengaruh faktor utama atau pada pengaruh interaksi faktor. Pengujian lanjutan dilakukan bergantung pada hasil pengujian yang didapat dari Anova. Jika tidak ada pengaruh interaksi, uji lanjut dilakukan pada pengaruh faktor utama yang signifikan. Jika terdapat pengaruh interaksi, uji lanjut dilakukan pada pengaruh interaksi.

Uji Lanjut setelah Anova dapat dilakukan dengan uji Duncan. Langkah-langkah pengujian Duncan: (Gespers, 1991).

- Urutkan perlakuan sesuai dengan nilai rata-ratanya
- Hitung statistik uji duncan menggunakan Persamaan 8 untuk menguji pengaruh faktor A,

$$R_p = r_{\alpha;a;dbc} s_{\bar{y}} \quad \text{dengan} \quad s_{\bar{y}} = \sqrt{KTE / bn} \quad \dots\dots\dots (8)$$

dan menggunakan Persamaan 9 untuk menguji pengaruh faktor B,

$$R_p = r_{\alpha;b;dbc} s_{\bar{y}} \quad \text{dengan} \quad s_{\bar{y}} = \sqrt{KTE / an} \quad \dots\dots\dots (9)$$

dengan $r_{\alpha;a;dbc}$ dan $r_{\alpha;b;dbc}$ adalah nilai tabel Duncan yang berjalan sesuai dengan jarak peringkat dua perlakuan.

- Bandingkan selisih dua perlakuan dengan R_p . Jika selisih perlakuan lebih besar daripada R_p maka perlakuan tersebut berbeda.

HASIL

Data Percobaan

Penelitian ini pada dasarnya bersifat kajian statistik sehingga pembahasan untuk teknis pelaksanaan percobaan tidak dibahas secara detail. Kasus ini diberikan untuk memberikan gambaran bagaimana melakukan analisis statistik pada sebuah percobaan. Percobaan yang dilakukan berupa percobaan *magnetic separation* mineral Al_2O_3 . Pada proses *magnetic separator*, Al_2O_3 ini dicobakan empat kekuatan medan magnet, yaitu 2500 gauss, 5000 gauss, 7500 gauss, dan 10000 gauss. Selain kekuatan medan magnet, dicobakan pula lima ukuran fraksi partikel, yaitu fraksi +35 mesh (F1), fraksi -30+60 mesh (F2), fraksi -60+100 mesh (F3), fraksi -100+150 mesh (F4), dan -150 mesh (F5). Sampel atau ulangan yang dilakukan sebanyak lima kali. Data percobaan diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Kadar Al_2O_3 pada Faktor Kemagnetan dan Fraksi

Kemagnetan (Gauss)	Sampel	Fraksi				
		F1	F2	F3	F4	F5
2500	1	55,00	56,41	55,92	56,10	54,52
	2	54,01	56,65	55,10	55,15	55,10
	3	54,01	54,15	54,10	54,12	54,02
	4	54,07	55,26	54,12	54,02	54,00
	5	54,21	57,15	55,22	54,45	54,32

Kemagnetan (Gauss)	Sampel	Fraksi				
		F1	F2	F3	F4	F5
5000	1	55,11	57,61	56,83	56,26	55,66
	2	55,83	57,61	56,43	56,26	55,50
	3	55,06	55,96	55,10	55,00	54,10
	4	54,17	57,53	55,13	55,00	55,16
	5	56,07	58,73	56,33	56,46	55,66
7500	1	57,63	59,78	58,01	57,89	57,29
	2	58,01	61,89	58,59	58,01	57,61
	3	55,10	56,99	56,63	55,67	56,09
	4	55,18	57,99	55,57	56,02	56,89
	5	55,09	59,64	57,39	56,38	55,92
10000	1	55,54	57,86	55,89	56,99	54,02
	2	55,73	57,84	56,34	56,93	54,95
	3	54,03	55,83	54,12	54,03	54,00
	4	54,91	55,01	55,54	55,55	54,13
	5	55,53	57,84	57,14	56,15	56,03

Sumber : Puslitbang tekMIRA 2018

Model Linear

Berdasarkan model linear pada Persamaan 1 maka model linear untuk kadar Al_2O_3 pada penelitian ini diberikan pada Persamaan 10.

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \dots\dots\dots (10)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, a$, $j = 1, 2, \dots, b$, dan $k = 1, 2, \dots, n$

Keterangan :

Y_{ijk} : Kadar Al_2O_3 pada faktor kemagnetan taraf ke- i dan faktor fraksi taraf ke- j ulangan ke- k

μ : Rataan umum

τ_i : Pengaruh faktor kemagnetan taraf ke- i

β_j : Pengaruh faktor fraksi taraf ke- j

$(\tau\beta)_{ij}$: Pengaruh interaksi faktor kemagnetan taraf ke- i dan faktor fraksi taraf ke- j pada ulangan ke- k

ε_{ijk} : Pengaruh eror pada faktor kemagnetan taraf ke- i dan faktor fraksi taraf ke- j ulangan ke- k

Hipotesis

Hipotesis yang akan diuji pada penelitian ini terdiri dari hipotesis untuk pengaruh faktor utama dan hipotesis untuk pengaruh interaksi faktor.

Hipotesis untuk menguji pengaruh faktor kemagnetan:

$$H_0 : \tau_1 = \dots = \tau_a = 0$$

(Faktor kemagnetan tidak berpengaruh terhadap kadar Al_2O_3)

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } i \text{ dimana } \tau_i \neq 0$$

(Faktor kemagnetan berpengaruh terhadap kadar Al_2O_3)

Hipotesis untuk menguji pengaruh faktor fraksi:

$$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_b = 0$$

(Faktor fraksi tidak berpengaruh terhadap kadar Al_2O_3)

H_1 : paling sedikit ada satu j dimana $\beta_j \neq 0$
(Faktor fraksi berpengaruh terhadap kadar Al_2O_3)

Hipotesis untuk menguji pengaruh interaksi antara faktor kemagnetan dan faktor fraksi:

H_0 : $(\tau\beta)_{11} = \dots = (\tau\beta)_{ab} = 0$

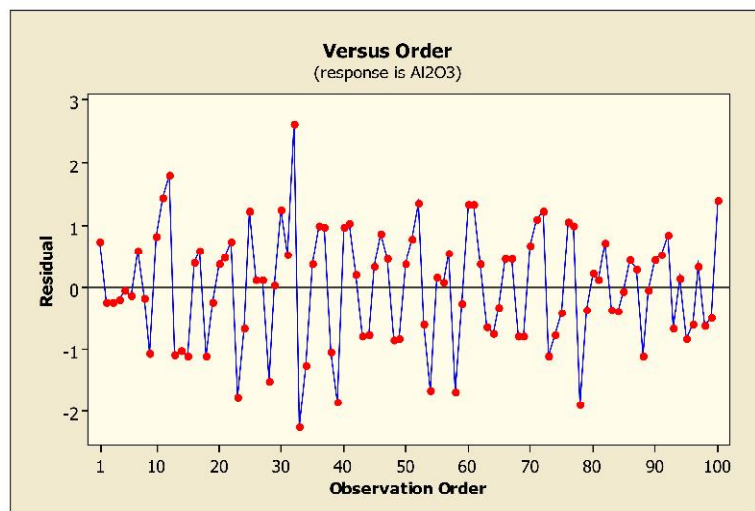
(tidak ada pengaruh interaksi antara Faktor kemagnetan dan faktor fraksi terhadap kadar Al_2O_3)

H_1 : paling sedikit ada satu ij dimana $(\tau\beta)_{ij} \neq 0$

(ada pengaruh interaksi antara Faktor kemagnetan dan faktor fraksi terhadap kadar Al_2O_3)

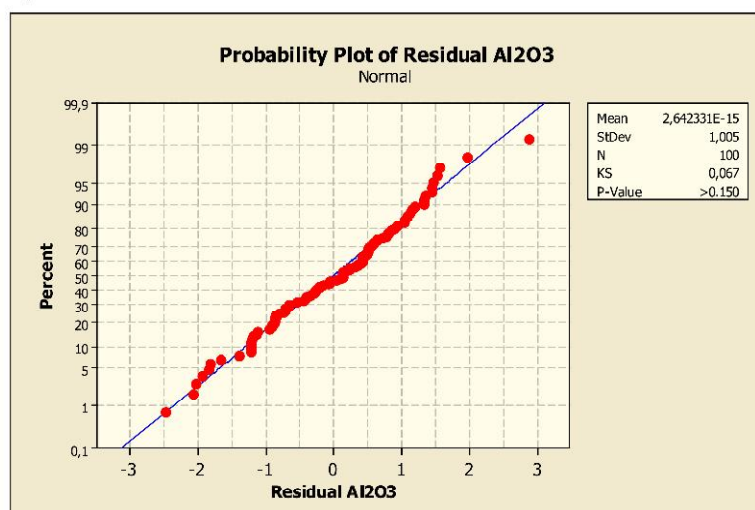
Pengujian Asumsi Anova

Pengujian asumsi diperlukan untuk menjamin kevalidan hasil analisis Anova yang digunakan. Pengujian terhadap asumsi keacakan residual dideteksi dengan plot residual versus order (*output* Minitab) pada Gambar 2.



Gambar 2. Uji Keacakan Residual dengan Plot Residual Versus Order

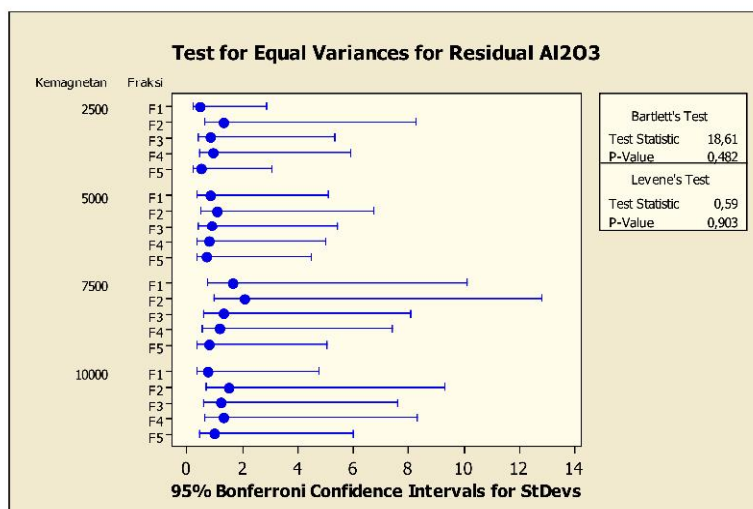
Pada hasil *plot* residual versus order dapat dilihat bahwa residual tersebar secara acak dan tidak membentuk pola tertentu. Ini artinya bahwa residual bersifat acak. Dengan demikian, asumsi keacakan terpenuhi. Pengujian asumsi normal dilakukan dengan uji *Kolmogorov Smirnov*. Hasil pengujian diberikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Hasil Uji Kenormalan Residual dengan Uji Kolmogorov Smirnov

Pada uji *Kolmogorov Smirnov*, hipotesis yang diuji adalah H_0 : Residual berdistribusi normal, dan H_1 : Residual tidak berdistribusi normal. Hasil pengujian *Kolmogorov Smirnov* pada Gambar 1 didapatkan nilai P-value > 0,150. Artinya, terima H_0 , disimpulkan bahwa residual berdistribusi normal, asumsi normal terpenuhi.

Pengujian asumsi kehomogenan ragam dilakukan dengan uji *Bartlett*. Hipotesis pengujian yang digunakan adalah H_0 : Residual memiliki ragam homogen, dan H_1 : Residual tidak berdistribusi normal. Hasil uji *Bartlett* diberikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Uji Kehomogenan Ragam Residua dengan Uji Bartlett

Hasil uji *Bartlett* yang diberikan pada Gambar 4 menunjukkan bahwa asumsi kehomogenan ragam residual terpenuhi. Nilai P-value = 0,903 lebih besar daripada taraf signifikansi 5%, artinya H_0 diterima, residual memiliki ragam yang homogen. Jika asumsi-asumsi telah terpenuhi, analisis Anova valid untuk digunakan.

Hasil Analisis Anova

Analisis Anova dilakukan untuk mengetahui pengaruh dari faktor kemagnetan terhadap kadar Al_2O_3 . Teknis perhitungan dalam Anova dimulai dengan membuat tabel tabulasi total kadar Al_2O_3 yang diberikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Tabulasi Total Kadar Al_2O_3

Kemagnetan (Gauss)	Fraksi					Total
	F1	F2	F3	F4	F5	
2500	271,30	279,62	274,46	273,84	271,96	1371,18
5000	276,24	287,44	279,82	278,98	276,08	1398,56
7500	281,01	296,29	286,19	283,97	283,80	1431,26
10000	275,74	284,38	279,03	279,65	273,13	1391,93
Total	1104,29	1147,73	1119,50	1116,44	1104,97	5592,93

Total kadar Al_2O_3 pada kemagnetan 2500 gauss dan fraksi F1 bernilai 271,30 %. Total kadar Al_2O_3 pada kemagnetan 5000 gauss dan fraksi F1 bernilai 276,24 %. Begitu seterusnya sampai total

kadar Al_2O_3 pada kemagnetan 10000 gauss dan fraksi F5 bernilai 273,13 %. Total kadar Al_2O_3 pada kemagnetan 2500 bernilai 1371,18 %. Total kadar Al_2O_3 pada fraksi F1 bernilai 1104,29 %. Total kadar Al_2O_3 bernilai 5592,93 %.

Pada perhitungan Anova digunakan notasi sebagai berikut:

y_{ij} : Total kadar Al_2O_3 pada kemagnetan ke- i dan fraksi ke- j

$y_{i\cdot}$: Total kadar Al_2O_3 pada kemagnetan ke- i

$y_{\cdot j}$: Total kadar Al_2O_3 pada fraksi ke- j

$y_{\cdot\cdot}$: Total kadar Al_2O_3

Langkah perhitungan Anova menggunakan Tabel 1 dan Persamaan 2-7 dilakukan sebagai berikut :

a. Derajat bebas:

Derajat bebas total : $db_{total} = abn - 1 = (4 \cdot 5 \cdot 5) - 1 = 99$

Derajat bebas kemagnetan : $db_{kemagnetan} = a - 1 = 4 - 1 = 3$

Derajat bebas fraksi : $db_{fraksi} = b - 1 = 5 - 1 = 4$

Derajat bebas interaksi : $db_{interaksi} = (a - 1)(b - 1) = (4 - 1)(5 - 1) = 12$

Derajat bebas eror : $db_{error} = ab(n - 1) = 4 \cdot 5(5 - 1) = 80$

b. Faktor Koreksi

$$FK = \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{abn} = \frac{5592,93^2}{100} = 312808,7$$

c. Jumlah Kuadrat

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - FK \\ &= (55,00)^2 + (54,01)^2 + \dots + (56,03)^2 - FK \\ &= 226,694 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKA &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \frac{y_{i\cdot}^2}{bn} - FK \\ &= \frac{(1371,18)^2 + \dots + (271,96)^2}{5 \cdot 5} - FK \\ &= 74,449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKB &= \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n \frac{y_{ij}^2}{an} - FK \\
 &= \frac{(1104,29)^2 + \dots + (1104,97)^2}{4.5} - FK \\
 &= 62,229
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKAB &= \sum_{k=1}^n \frac{y_{ij}^2}{n} - JKA - JKB - FK \\
 &= \frac{(271,3)^2 + \dots + (273,13)^2}{5} - JKA - JKB - FK \\
 &= 5,879
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKE &= JKT - JKA - JKB - JKAB \\
 &= 226,94 - 74,449 - 62,229 - 5,879 = 84,086
 \end{aligned}$$

d. Kuadrat Tengah

$$\begin{aligned}
 KTA &= JKA / db_{kemagnetan} = 74,449/3 = 24,833 \\
 KTB &= JKB / db_{fraksi} = 62,229/4 = 15,557 \\
 KTAB &= JKAB / db_{interaksi} = 5,879/12 = 0,490 \\
 KTE &= JKE / db_{error} = 84,086/80 = 1,051
 \end{aligned}$$

e. F_{hitung}

$$\begin{aligned}
 F_{hitung} A &= KTA / KTE = 24,833/1,051 = 23,63 \\
 F_{hitung} B &= KTB / KTE = 15,557/1,051 = 14,8 \\
 F_{hitung} AB &= KTAB / KTE = 0,490/1,051 = 0,47
 \end{aligned}$$

f. F_{tabel}

$$\begin{aligned}
 F_{tabel} A &= F_{(0,05;3,80)} = 2,72 \\
 F_{tabel} B &= F_{(0,05;4,80)} = 2,49 \\
 F_{tabel} AB &= F_{(0,05;12,80)} = 1,88
 \end{aligned}$$

Nilai-nilai yang dihasilkan pada perhitungan di atas disajikan dalam tabel Anova yang diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Analisis Anova untuk Kadar Al_2O_3

Sumber Keragaman	Derajat bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-Hitung	F-Tabel
Kemagnetan	3	74,499	24,833	23,63*	2,72
Fraksi	4	62,229	15,557	14,8*	2,49
Kemagnetan*Fraksi	12	5,879	0,490	0,47	1,88
Eror	80	84,086	1,051		
Total	99	226,694			

Keterangan: (*) berbeda nyata pada taraf 5%

Berdasarkan kaidah pengujian bahwa tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ dan terima H_0 jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$. Hasil analisis anova pada Tabel 4 didapatkan nilai F_{hitung} untuk pengaruh interaksi sebesar 0,47 dan F_{tabel} 1,88. $F_{hitung} \leq F_{tabel}$. Dengan demikian, diputuskan terima H_0 . Artinya, tidak ada pengaruh interaksi antara faktor kemagnetan dan fraksi.

Pengujian terhadap pengaruh kemagnetan dan pengaruh fraksi juga dilakukan dengan membandingkan nilai F_{hitung} dengan F_{tabel} . Untuk pengaruh kemagnetan, nilai F_{hitung} didapat sebesar 23,63 $> F_{tabel}$ sebesar 2,72. Diputuskan tolak H_0 . Dengan demikian, disimpulkan ada pengaruh kemagnetan terhadap kadar Al_2O_3 . Begitu pula dengan pengaruh fraksi, nilai F_{hitung} (14,8) $> F_{tabel}$ (2,49), diputuskan tolak H_0 . Artinya, ada pengaruh fraksi terhadap kadar Al_2O_3 . Untuk mengetahui bagaimana pengaruh kemagnetan dan fraksi terhadap kadar Al_2O_3 diperlukan uji lanjut setelah Anova.

Hasil Uji Lanjut Setelah Anova

Dari hasil pengujian Anova didapatkan ada pengaruh faktor kemagnetan dan fraksi. Dengan demikian, uji lanjut dilakukan pada pengaruh utama kemagnetan dan fraksi. Uji Duncan untuk pengaruh kemagnetan dilakukan dengan menggunakan persamaan 8. Adapun untuk pengaruh fraksi dilakukan dengan menggunakan persamaan 9. Hasil uji *Duncan* diberikan pada Tabel 5.

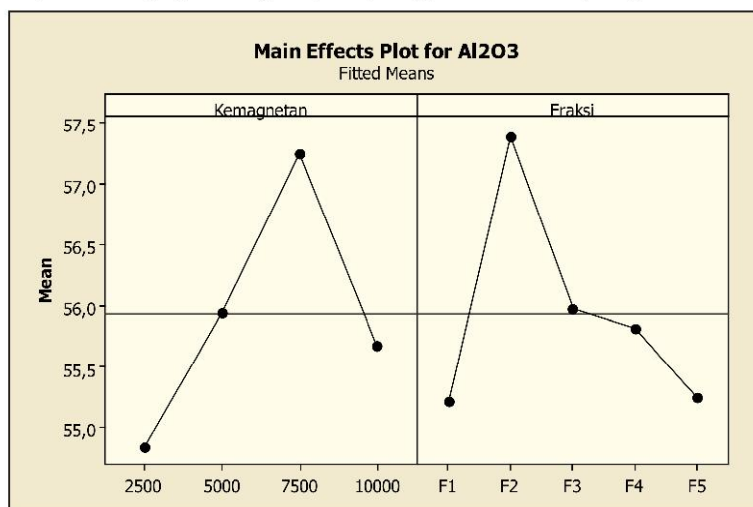
Tabel 5. Tabel Uji Duncan Pengaruh Faktor Kemagnetan dan Faktor Fraksi Terhadap Kadar Al_2O_3

Faktor Kemagnetan		Faktor Fraksi	
Taraf	Rata-rata	Taraf	Rata-rata
2500	54,85 $\pm$ 0,94 ^c	F1	55,21 $\pm$ 1,10 ^c
5000	55,94 $\pm$ 1,11 ^b	F2	57,39 $\pm$ 1,79 ^a
7500	57,25 $\pm$ 1,62 ^a	F3	55,98 $\pm$ 1,25 ^b
10000	55,68 $\pm$ 1,26 ^b	F4	55,82 $\pm$ 1,17 ^{bc}
		F5	55,25 $\pm$ 1,14 ^c

Keterangan: Indeks yang sama pada satu kolom menunjukkan tidak berbeda nyata pada taraf 5%

Faktor kemagnetan yang menghasilkan kadar Al_2O_3 terbesar adalah kekuatan medan magnet 7500 gauss dengan rata-rata kadar Al_2O_3 sebesar 57,25% dan standar deviasi sebesar 1,62. Medan magnet 5000 gauss dan 10000 gauss menghasilkan kadar Al_2O_3 yang sama. Kadar Al_2O_3 terendah dihasilkan oleh kekuatan medan magnet 2500 gauss dengan rata-rata 54,85% dan standar deviasi 0,94.

Faktor fraksi yang berpengaruh besar terhadap kadar Al_2O_3 adalah F2, yaitu fraksi -30+60 mesh. Rata-rata kadar Al_2O_3 yang dihasilkan sebesar 57,39% dengan standar deviasi 1,79. Fraksi F1, F4, dan F5 menghasilkan rata-rata kadar Al_2O_3 yang sama rendah. Pengaruh faktor kemagnetan dan fraksi ini dapat dijelaskan juga dengan plot pengaruh utama yang diberikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Plot Pengaruh Utama Faktor Kemagnetan dan Fraksi

Pada Gambar 5 terlihat bahwa pada faktor kemagnetan, kekuatan medan magnet 7500 gauss memberikan pengaruh terbesar terhadap kadar Al_2O_3 . Pada faktor fraksi, dapat dilihat bahwa kadar Al_2O_3 terbesar dihasilkan oleh fraksi F2 atau fraksi -30+60 mesh. Pola pengaruh kemagnetan dari kekuatan medan magnet 2500 gauss ke 5000 gauss terdapat peningkatan kadar Al_2O_3 . Peningkatan terus terjadi sampai kemagnetan 7500 gauss. Setelah kemagnetan 7500 gauss, ketika kekuatan medan magnet ditambah maka kadar Al_2O_3 justru menurun. Begitu pula dengan pola pengaruh fraksi, dari F1 ke F2 terjadi peningkatan kadar Al_2O_3 . Ketika meningkat ke F3, kadar Al_2O_3 terus menurun sampai fraksi F5. Pengembangan analisis lanjut yang dapat dilakukan adalah analisis *response surface* (permukaan respons). Analisis ini digunakan untuk mengetahui pola pengaruh faktor sehingga didapat *setting* perlakuan yang menghasilkan respons optimum.

KESIMPULAN

Perolehan mineral *magnetic* Al_2O_3 dipengaruhi oleh kekuatan medan magnet (kemagnetan) dan ukuran mineral (fraksi). Perolehan mineral *magnetic* cenderung meningkat ketika medan magnet yang digunakan lebih besar. Pemisahan yang dilakukan pada ukuran partikel yang besar dapat meningkatkan perolehan mineral *magnetic*. Pada faktor kemagnetan, kekuatan medan magnet 7500 gauss menghasilkan kadar Al_2O_3 tertinggi dengan rata-rata sebesar 57,25% dan standar deviasi sebesar 1,62. Pada faktor fraksi, kadar Al_2O_3 tertinggi dihasilkan oleh fraksi -30+60 mesh (F2) dengan rata-rata 57,39% dengan standar deviasi 1,79. Analisis statistik sangat diperlukan untuk mendapatkan hasil analisis yang tepat dan valid.

DAFTAR PUSTAKA

- Gaspar, V. (1991). *Teknik Analisis dalam Penelitian Percobaan*. Tarsito: Bandung.
- Montgomery, D.C. (2013). *Design and Analysis of Experiments*. Ed ke-8. New York: John Wiley & Sons, inc.
- Salomon, L.L. et al. (2015). Perancangan Eksperimen untuk Meningkatkan Kualitas Ketangguhan Material dengan Pendekatan Analisis General Factorial Design (Studi Kasus: Produk Solid Surface). *Jurnal Rekayasa Sistem Industri* Vol.4, No.1.
- Siame, M.C. et al. (2017) Treatment of Low-Grade Iron Ore Using Two Stage Wet High-Intensity Magnetic Separation Technique. World Academy of Science. *International Journal of Materials and Metallurgical Engineering* Vol:11, No:11. 2017
- Sivrikaya, O. & Arol, A.I. (2012). Evaluation of Low Grade Iron Ore Deposit In Erzincan-Turkey For Iron Ore Pellet Concentrate Production. *Physicochemical Problems of Mineral Processing Journal*. ISSN 2084-4735. Vol 48(2) page 475-484.
- Stamboliadis, E.Th. & Kailis, G. (2004). Removal of Limestone from Bauxite by *Magnetic Separation*. *The European Journal of Mineral Processing and Environmental Protection*. Vol.4, No.2, 1303-0868. 2004. pp. 84-90.