

KONDISI BATAS MEDIUM PADA KOMPUTASI PENJALARAN GELOMBANG ELASTIK 2D MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

Boundary Condition of Medium On Computation of 2D Elastic Wave Propagation Using Finite Difference Method

Antonius Alex Harmoko

Pusat Pengembangan Sumber Daya Manusia Geologi, Mineral dan Batubara

Jln. Jend. Sudirman No. 623 Bandung 40211.

Telp. (022) 6076756; Faks. (022) 6035506

E-mail: antonius.a.harmoko@esdm.go.id

ABSTRAK

Dalam pemodelan penalaran gelombang seismik, permasalahan yang sering dihadapi adalah pada kondisi batas model untuk mendekati keadaan yang sesungguhnya. Kondisi batas model tersebut adalah berupa batas tepi, batas permukaan bebas, dan batas antarlapisan. Dalam penelitian ini dibuat simulasi penalaran gelombang elastik 2D menggunakan pendekatan beda hingga (*Finite difference*) orde empat dan *staggered grid* dengan mengaplikasikan kondisi batas pada pemodelan. Pada tepi model diaplikasikan kondisi batas tepi semu menggunakan fungsi redaman untuk menghilangkan efek refleksi pada tepi model medium. Pada permukaan bebas diaplikasikan kondisi batas permukaan bebas dengan *stress* di permukaan adalah nol dan pada bidang batas antarlapisan semua *stress* dan vektor pergeseran adalah kontinu sehingga dalam penalaran pada batas medium akan menjadi benar. Sumber gelombang yang digunakan adalah turunan pulsa gaussian (*Gaussian derivative*). Dengan melakukan variasi penggunaan faktor redaman (D_f) dan lebar redaman (n_{abs}) pada batas tepi model medium, didapatkan redaman optimum untuk kondisi batas tepi semu model adalah pada $D_f = 3$ dan n_{abs} pada 70 – 100 *grid point*. Kondisi batas permukaan bebas dan kondisi batas antarlapisan digunakan untuk melakukan koreksi perubahan fase penalaran gelombang pada saat gelombang mengenai bidang batas tersebut.

Kata kunci: kondisi batas medium, gelombang elastik, metode beda hingga

ABSTRACT

In seismic wave propagation modeling, the problem is the boundary conditions of the model to approach the real situation. The boundary conditions of the model are edges, free surfaces, and boundaries between layers. In this study, 2D elastic wave propagation simulation was made using a fourth order finite difference approach and staggered grid by applying boundary conditions to the modeling. At the edges of the model, the pseudo boundary conditions were applied using the damping function to eliminate the effect of reflection on the edges of the medium model. On the free surface, the boundary conditions of the free surface are applied where the stress on the surface is zero and in the boundary between layers, all stresses and shift vectors are continuous so that propagation at the boundary of the medium will be correct. The wave source used is a Gaussian derivative. By varying the use of damping factor (D_f) and damping width (n_{abs}) at the edge of the medium model, the optimum attenuation for the pseudo boundary conditions of the model is at D_f

$= 3$ and n_{abs} at 70-100 grid points. Free surface and between layers boundary condition are used to make corrections to the wave propagation phase changes when a wave hits the model boundary.

Keywords: boundary condition of medium, elastic wave, finite difference method

PENDAHULUAN

Ilmu geofisika, terutama pada bidang seismik mengalami perkembangan yang sangat pesat sejak awal tahun tujuh puluhan. Berbagai metode dikembangkan untuk mempelajari penjalaran dan sifat gelombang seismik, respons dari gelombang seismik dalam medium, serta struktur bawah permukaan bumi. Salah satu metode yang dikembangkan adalah pemodelan seismik secara numerik. Metode numerik dalam pemodelan seismik ini dinilai baik dalam keakuratan perhitungan dan implementasinya di berbagai kasus yang terus mengalami perkembangan. Metode ini diharapkan mampu melakukan pendekatan penyelesaian yang tidak dapat dipecahkan secara analitik, yang dalam penelitian ini digunakan untuk menggambarkan penjalaran gelombang elastik di bawah permukaan.

Ada beberapa pendekatan numerik untuk melakukan penyelesaian persamaan gelombang, yaitu: metode *direct*, *integral-equation*, dan *ray tracing*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *direct*, yaitu metode beda hingga (*finite difference*) karena metode ini cukup mudah dilakukan dengan *grid* yang teratur dan *rectangular* (Amini & Javarian, 2011). Metode ini cukup akurat untuk menyelesaikan persamaan gelombang elastik. Keakuratan penyelesaian persamaan gelombang dapat diperoleh dengan meningkatkan orde perhitungan sehingga nilai *error* menjadi semakin kecil dan akurat (Riley dkk., 2006). Penjalaran gelombang dalam medium elastik berupa persamaan gelombang orde dua yang dapat didekati dengan persamaan beda hingga sehingga bisa diselesaikan secara numerik. Metode beda hingga adalah menyelesaikan model matematis melalui digitasi atau diskritisasi model untuk mengurangi masalah ketidakkontinuan menjadi model matematis diskrit yang cocok dan lebih sederhana untuk komputasi (Vemuri & Karplus, 1981).

Akibat adanya keterbatasan kemampuan komputer dalam menyelesaikan pemodelan penjalaran gelombang seismik pada medium yang tak terbatas, solusi pendekatan beda hingga hanya dapat dilakukan untuk mengerjakan medium yang terbatas saja. Oleh karena itu, diperkenalkan suatu syarat batas semu untuk komputasi yang diaplikasikan pada tepi model medium sehingga simulasi penjalaran gelombangnya seperti pada medium yang tak terbatas (Albert & Reynolds, 1978). Syarat batas tersebut diharapkan mampu menghilangkan refleksi gelombang yang tidak diinginkan dari penjalaran gelombang ketika mencapai batas tepi model medium. Selain syarat batas komputasi tersebut, diperlukan juga syarat kondisi batas medium pada permukaan bebas dan batas perlapisan antarmedium sehingga penjalaran gelombang akan mendekati keadaan yang sebenarnya.

Persamaan Gelombang Elastik

Dasar dari semua simulasi numerik penjalaran gelombang elastik pada medium isotrop adalah persamaan elastodinamik:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (1)$$

dengan u_i adalah komponen vektor pergeseran, λ dan μ adalah tetapan Lamé, ρ adalah densitas, dan f_i adalah gaya badan (contoh: gravitasi). Untuk menghilangkan derivatif ruang dari parameter-parameter

elastik $\lambda(x,z)$ dan $\mu(x,z)$ maka dalam simulasi menggunakan persamaan elastodinamik dalam bentuk lain yang disebut sebagai sistem hiperbolik orde satu (Alterman & Karal, 1968), yaitu:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = b \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right), \quad (2a)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = b \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right), \quad (2b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (2c)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad (2d)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right), \quad (2e)$$

dengan v_x dan v_z adalah komponen vektor kecepatan, σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz} adalah elemen tensor *stress*. Persamaan (2) di atas disebut sebagai *formula velocity-stress* untuk persamaan gelombang (Virieux, 1986) yang merupakan dasar dari semua algoritma simulasi dalam penelitian ini.

Metode Beda Hingga

Dasar metode pendekatan beda hingga adalah menyajikan kekontinuan parameter dalam ruang dan waktu menjadi parameter titik-titik diskrit yang berjarak tertentu. Skema beda hingga diperoleh dengan melakukan pemotongan sampai dengan derivatif pertama dari suatu deret Taylor dan didapatkan tiga skema beda hingga, yaitu (Boore, 1972):

$$\text{beda hingga maju} : \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_x^+ \approx \frac{f|_{x+\Delta x} - f|_x}{\Delta x}, \quad (3a)$$

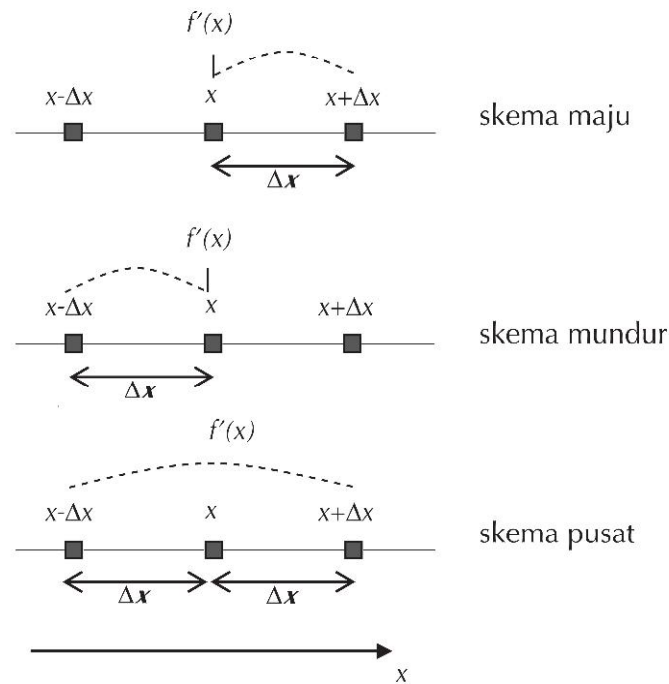
$$\text{beda hingga mundur} : \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_x^- \approx \frac{f|_x - f|_{x-\Delta x}}{\Delta x}, \quad (3b)$$

$$\text{beda hingga pusat} : \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_x \approx \frac{f|_{x+\Delta x} - f|_{x-\Delta x}}{2\Delta x}, \quad (3c)$$

$$\text{beda hingga pusat kedua} : \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_x \approx \frac{f|_{x+\Delta x} - 2f(x) + f|_{x-\Delta x}}{2(\Delta x)^2}. \quad (3d)$$

Pendekatan yang lebih akurat untuk turunan derivatif orde pertama adalah dengan menggunakan pendekatan beda hingga pusat (*central difference approximation*) karena pendekatan ini mengandung kesalahan pemotongan orde kedua. Skema beda hingga 1D ditunjukkan pada Gambar 1.

Nilai fungsi dan derivatifnya ditentukan pada titik grid yang sama. Derivatif yang didapatkan pada posisi x dapat ditentukan dengan menggunakan nilai fungsi di sekitarnya. Jika nilai fungsi diberikan pada setiap titik grid, dengan jarak antartitik Δx , seluruh derivatif di sepanjang sumbu x dapat ditentukan dengan menggunakan salah satu skema pada Gambar 1 (Vichenevetsky, 1981).



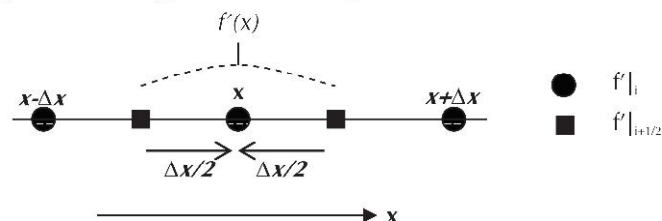
Gambar 1. Skema pendekatan beda hingga satu dimensi

Skema *Staggered Grid*

Penerapan konsep *staggered grid* untuk penjalaran gelombang elastik pertama kali dilakukan oleh Madariaga (1976) dan Virieux (1984 dan 1986) yang merupakan pengembangan dari metode beda hingga pusat pada persamaan (3c). Pada skema *staggered grid*, nilai derivatif ditentukan di antara nilai-nilai fungsi (Gambar 2). Persamaan untuk *staggered grid* dirumuskan sebagai (Graves, 1996), dan (Stasser, 2001):

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_x \approx \frac{f|_{x+\frac{\Delta x}{2}} - f|_{x-\frac{\Delta x}{2}}}{\Delta x} \quad (4)$$

yang mempunyai denominator $h = \Delta x$ dan nilai kesalahan h^2 sehingga akurasi empat kali lebih akurat dibandingkan dengan skema beda hingga pusat (Igel, 1999). Fungsi f dapat diganti dengan berbagai fungsi, misalnya komponen tensor *stress* dan vektor kecepatan. Untuk menghitung nilai turunan pada titik x hanya dibutuhkan dua nilai dari titik didekatnya (Gambar 2). Skema tersebut dapat ditingkatkan ordenya dengan menambah jumlah titik grid di sekitarnya. Semakin jauh jarak titik yang digunakan untuk menghitung maka pengaruhnya dalam perhitungan akan semakin kecil. Hubungan tersebut dinyatakan dengan suatu nilai pembobotan.

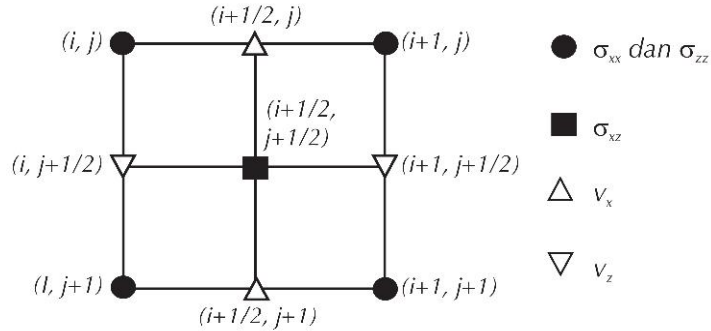


Gambar 2. Skema *staggered grid* satu dimensi

Penyelesaian penjalaran gelombang dengan menggunakan pendekatan beda hingga dilakukan dalam dua tahap. Tahap pertama adalah melakukan interpolasi derivatif ruang. Tahap kedua adalah melakukan ekstrapolasi derivatif waktu. Adapun untuk meningkatkan akurasi simulasi numerik, pendekatan beda hingga dapat ditingkatkan dengan menambah jumlah titik-titik di sekitarnya lebih dari

satu titik grid terdekat pada setiap sisi untuk proses perhitungannya. Hal ini dapat dilakukan dengan meningkatkan deret *Taylor* ke orde yang lebih tinggi. Pada operator orde empat menggunakan dua titik grid untuk setiap sisi arah x dengan faktor pembobotan $c_1 = 9/8$ dan $c_2 = -1/24$ (Levander, 1988).

Untuk sistem hiperbolik orde pertama, fungsi interpolasinya merupakan fungsi linier. Jika diasumsikan persamaan pada suatu *node*, diskritisasi menunjukkan satu grid yang disebut *staggered grid* (Gambar 3). Diskritisasi medium merupakan langkah akhir dalam skema tersebut dengan komponen-komponen yang berbeda, yaitu tensor *stress* dan vektor kecepatan berada pada *node* yang berbeda.



Gambar 3. Satu unit sel diskritisasi pada skema *Staggered grid*.

Berdasarkan Gambar 3, i dan j mewakili koordinat ruang (x, z) . *Stress* normal (σ_{xx} dan σ_{zz}) diposisikan pada sudut grid dengan *Lightness* $b(x, z) = 1/\rho$, konstanta *Lame* $\lambda(x, z)$ dan $\mu(x, z)$ juga terletak pada sudut tersebut, sedangkan *stress* geser (σ_{xz}) diposisikan pada posisi $(i+1/2, j+1/2)$. Komponen vektor kecepatan (v_x dan v_z) diposisikan berada di antara *stress-stress* normal, yaitu v_x pada posisi $(i+1/2, j)$ dan v_z pada posisi $(i, j+1/2)$.

Kondisi Batas (*Boundary Condition*)

Dalam simulasi penalaran gelombang elastik agar mendekati penalaran gelombang yang sesungguhnya maka pada batas-batas mediumnya harus memenuhi syarat untuk kondisi batas medium. Kondisi-kondisi batas medium tersebut adalah sebagai berikut.

Kondisi Batas Semu Tepi Medium (*Absorbing Boundary Condition*)

Telah diasumsikan bahwa medium adalah tak berhingga. Padahal dalam simulasi, model medium harus terbatas pada luasan tertentu. Alasannya adalah untuk membuat suatu luasan yang terbatas tersebut diaplikasikan kondisi batas tepi medium yang merupakan batas semu medium untuk perhitungan komputasi sebagai pengganti model medium tak berhingga (Lysmer & Kuhlenmeyer, 1969). Untuk menghilangkan refleksi dari batas semu tersebut maka pada tepi model medium dikenakan suatu fungsi redaman $f_{abs}(i)$ dengan lebar daerah redaman n_{abs} (Clayton & Engquist, 1977) dan (Cerjan, Kosloff, & Reshef, 1985)). Fungsi redaman $f_{abs}(i)$ tersebut mempunyai bentuk :

$$f_{abs}(i) = e^{-\left(\frac{n_{abs}-i}{\alpha_N}\right)^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_{abs} \quad (5a)$$

$$\alpha_N = D_f \cdot n_{abs} \quad (5b)$$

dengan α_N adalah konstanta redaman empirik, D_f adalah faktor redaman, dan n_{abs} adalah lebar redaman tepi model.

Pada daerah redaman, setiap nilai parameter gelombang yang menjalar akan dikalikan dengan fungsi redaman tersebut. Fungsi redaman tersebut akan mereduksi amplitudo gelombang sedikit demi sedikit dan diharapkan tidak akan terjadi refleksi dari tepi model medium.

Kondisi Batas Permukaan Bebas (*Free Surface Boundary Condition*)

Gelombang seismik ketika mengenai bidang batas permukaan yang berhubungan dengan ruang hampa akan terefleksi kembali secara keseluruhan dan terkonversi menjadi gelombang-gelombang baru. Syarat batas pada permukaan bebas (*free surface*) adalah semua *stress* yang diakibatkan oleh penjalaran gelombang ketika mengenai batas permukaan bebas (pada kedalaman $z = 0$) harus sama dengan nol (Sheriff & Geldart, 1995) atau dapat juga dituliskan:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0 \mid_{z=0} \quad (6)$$

Persamaan (6) disebut juga *zero-stress formulation* yang merupakan teknik dasar yang digunakan untuk menentukan kondisi batas permukaan bebas pada simulasi penjalaran gelombang seismik dalam penelitian ini.

Kondisi Batas Antarmuka Lapisan

Jika terdapat dua lapisan atau lebih yang memiliki kontras parameter fisis medium yang cukup signifikan, dalam perambatannya gelombang akan terbiaskan dan terefleksi atau muka gelombangnya akan mengalami fase terhadap sudut datangnya. Syarat untuk bidang batas antarlapisan adalah semua *stress* dan vektor pergeseran yang timbul akibat adanya antarmuka lapisan harus kontinu antara lapisan di atas bidang batas dan lapisan di bawah bidang batas. Ini berarti bahwa dalam pembuatan model medium berlapis untuk simulasi, pada batas antara dua medium tidak ada ruang yang memisahkan lapisan di atas bidang batas dengan lapisan di bawah bidang batas sehingga gelombang menjalar secara kontinu pada bidang batas tersebut.

METODOLOGI PENELITIAN

Persamaan yang digunakan untuk simulasi adalah persamaan (2a) sampai dengan persamaan (2e). Persamaan itu adalah persamaan elastodinamik orde satu yang diselesaikan secara numerik menggunakan pendekatan beda hingga dan skema *staggered grid* (persamaan (4)). Dalam penyelesaiannya digunakan skema beda hingga pusat (*center finite difference*) pada persamaan (3c), untuk derivatif ruang dilakukan pendekatan orde empat dan untuk derivatif waktu dilakukan pendekatan orde dua. Setiap parameter v , ρ , σ , μ , dan λ didiskritisasi pada posisi tertentu dengan menggunakan skema *staggered grid*, dengan v adalah kecepatan gelombang dalam medium (v_x dan v_y), ρ adalah densitas medium, σ adalah *stress* yang bekerja pada medium ketika diberi sumber gelombang, μ dan λ adalah konstanta *Lame*.

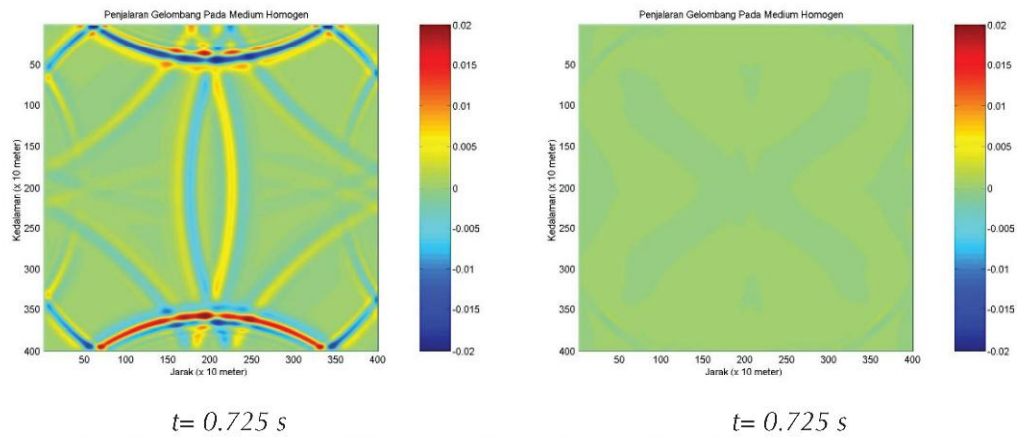
Pada kondisi awal sebelum diberi sumber gelombang seismik saat $t = 0$, medium dianggap berada dalam kesetimbangan, yaitu *stress* dan kecepatannya adalah nol pada semua titik dalam medium. Penentuan parameter dan model medium dilakukan dengan memperhatikan syarat kestabilan dan dispersi numerik. Dalam penelitian ini dilakukan aplikasi kondisi batas medium untuk mendapatkan simulasi penjalaran gelombang pada medium yang sesuai dengan penjalaran gelombang yang sesungguhnya. Untuk kondisi batas semu model medium dicari redaman optimumnya agar tidak terjadi refleksi dari tepi model dengan dilakukan variasi faktor redaman (D_r), lebar redaman (n_{abs}) pada beberapa ukuran model medium.

HASIL DAN PEMBAHASAN

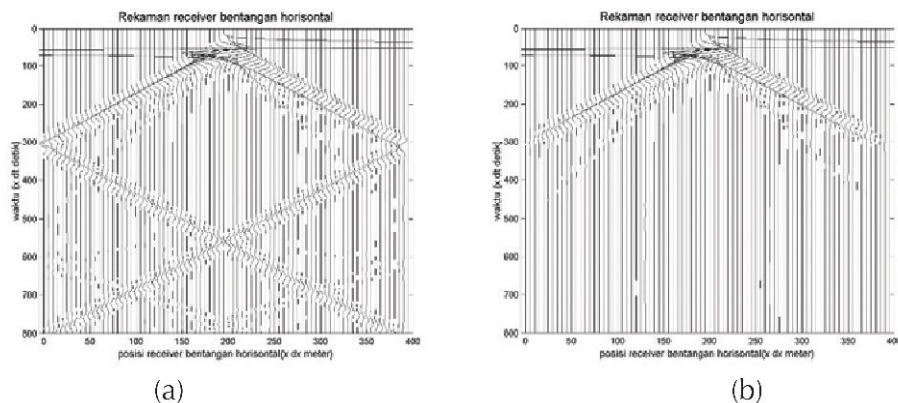
Kondisi Batas Semu Tepi Model Medium

Untuk membuat simulasi penjalaran gelombang pada medium yang tak berhingga diaplikasikan kondisi batas semu tepi model. Tujuannya adalah untuk mereduksi refleksi gelombang ketika gelombang mengenai tepi model.

Pada *snapshot* penalaran gelombang Gambar 4a terlihat bahwa ketika gelombang mengenai batas-batas tepi model, gelombang tersebut direfleksikan kembali. Gelombang refleksi dari tepi-tepi model tersebut tidak akan terjadi pada penalaran gelombang dalam medium yang sesungguhnya karena medium diasumsikan tak berhingga dan secara komputasi tidak mungkin untuk membuat suatu model medium yang tak berhingga. Adapun pada Gambar 4b sudah diaplikasikan kondisi batas semu tepi model sehingga gelombang refleksi dari tepi model dapat direduksi, terlihat bahwa seolah-olah penalaran gelombang tidak dibatasi tepi model. Seismogram sintetik penalaran gelombangnya ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 4. *Snapshot* penalaran gelombang elastik pada model medium homogen dengan ukuran medium 400 x 400 *grid point* pada saat $t = 0.725$ s, (a) tanpa kondisi batas semu tepi model, (b) dengan kondisi batas semu tepi model



Gambar 5. *Seismogram sintetik* penalaran gelombang elastik pada model medium homogen dengan ukuran medium 400 x 400 *grid point* pada saat $t = 0.725$ s, (a) tanpa kondisi batas semu tepi model, (b) dengan kondisi batas semu tepi model

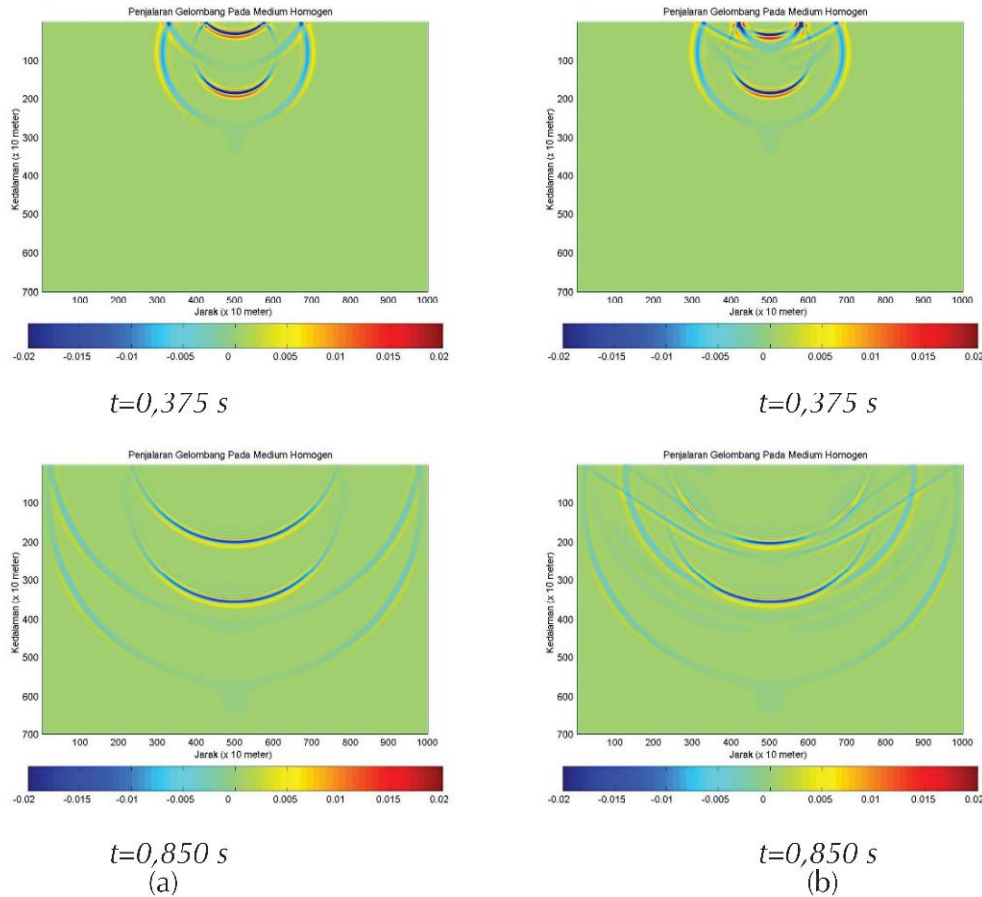
Setelah dilakukan analisis refleksi tepi model dengan variasi faktor redaman D_f dan lebar redaman n_{abs} dari fungsi redaman yang diaplikasikan pada tepi model untuk beberapa ukuran model medium didapatkan redaman optimum seperti ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Ukuran model medium dan redaman optimum yang digunakan

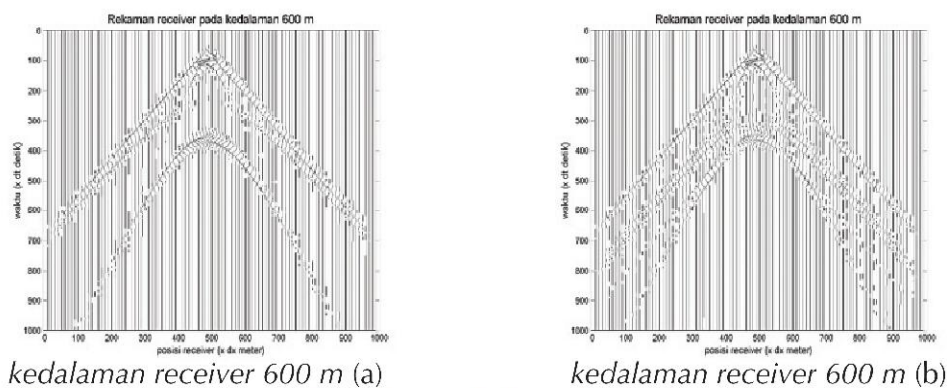
Ukuran medium (<i>grid point</i>)	Lebar redaman optimum (<i>grid point</i>)	Faktor redaman optimum
< 400 x 400	< 70	3
400 x 400	70 -80	3
500 x 500	70-100	3
600 x 600	70-100	3
>600 x 600	100	3

Kondisi Batas Permukaan Bebas

Kondisi batas ini diaplikasikan untuk mengoreksi dan melihat penjaran gelombang ketika mengenai bidang batas yang berbatasan dengan ruang hampa atau permukaan medium. Gelombang yang mengenai batas permukaan akan terefleksi secara keseluruhan dan terkonversi menjadi gelombang-gelombang baru seperti ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Snapshot penjaran gelombang elastik pada model medium *Limestone* dengan kondisi batas permukaan, dan sumber diaplikasikan ke arah x pada saat $t=0,375\text{ s}$ dan $t=0,850\text{ s}$, (a) tanpa kondisi batas permukaan bebas, (b) dengan kondisi batas permukaan bebas.



Gambar 7. Seismogram sintetik penjaran gelombang elastik pada model medium *Limestone* dengan kondisi batas permukaan, dan sumber diaplikasikan ke arah x pada saat $t=0,375\text{ s}$ dan $t=0,850\text{ s}$, (a) tanpa kondisi batas permukaan bebas, (b) dengan kondisi batas permukaan bebas

Fase-fase gelombang akibat refleksi dari permukaan bebas adalah:

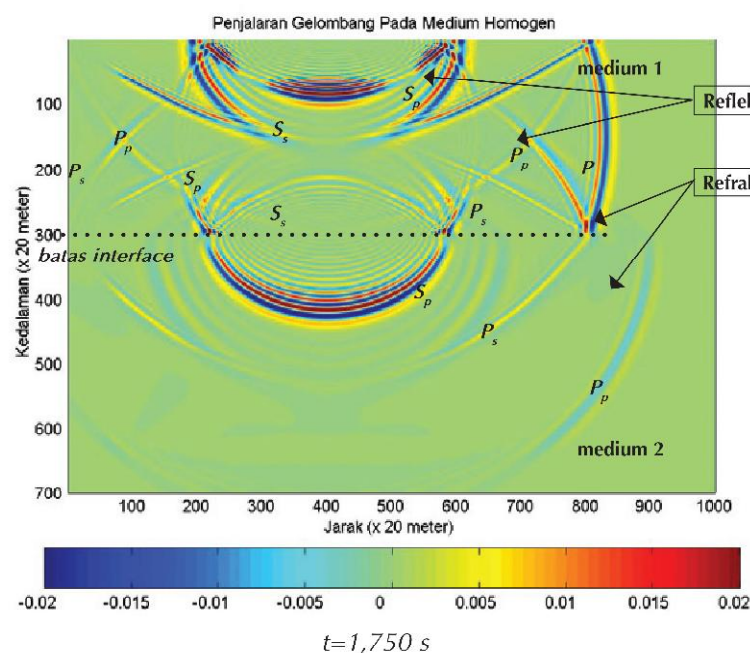
- Gelombang P_p adalah fase gelombang P yang dipantulkan oleh permukaan sebagai gelombang P .
- Gelombang P_s adalah fase gelombang P yang dipantulkan oleh permukaan sebagai gelombang S .

- c. Gelombang S_p adalah fase gelombang S yang dipantulkan oleh permukaan sebagai gelombang P .
- d. Gelombang S_s adalah fase gelombang S yang dipantulkan oleh permukaan sebagai gelombang S .

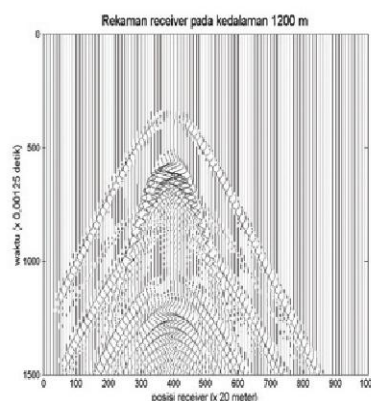
Snapshot penjalaran gelombangnya ditunjukkan pada Gambar 6, yaitu sebelum dan setelah diaplikasikan kondisi batas permukaan bebas. Seismogram sintetik penjalaran gelombangnya ditunjukkan pada Gambar 7.

Kondisi Batas Antarlapisan

Untuk kondisi batas ini, tidak ada syarat khusus secara numerik karena syarat-syarat bidang batas antarlapisan sudah tercakup dalam persamaan gelombang elastik yang digunakan dan diskritisasi dari mediumnya. Dalam pembuatan model secara komputasi harus memenuhi syarat bahwa *stress* dan vektor pergeseran pada bidang batas harus kontinu. Hal itu berarti bahwa pada bidang batas tidak ada ruang yang memisahkan lapisan di atas dengan lapisan di bawah bidang batas. *Snapshot* penjalaran gelombangnya ditunjukkan pada Gambar 8 dan seismogram sintetiknya ditunjukkan pada Gambar 9.



Gambar 8. *Snapshot* penjalaran gelombang pada model medium heterogen 2 lapis dengan sumber diaplikasikan ke arah x pada saat $t=1,750$ s



Gambar 9. Seismogram sintetik penjalaran gelombang elastik pada medium heterogen 2 lapis (medium 1 adalah *Sandstone* dan medium 2 adalah *Limestone*) dengan kedalaman bentangan *receiver* adalah 1200 m dan spasi antar *receiver* adalah 200 m.

Pada Gambar 8 terlihat bahwa ketika gelombang mengenai bidang batas antarlapisan, sebagian gelombang dipantulkan kembali ke atas dan sebagian lagi dibiaskan. Untuk gelombang yang dibiaskan, ada yang diteruskan dan mengalami perubahan kecepatan sesuai dengan medium yang dilaluinya. Selain itu, ada gelombang refraksi yang menjalar sepanjang bidang batas dan dibiaskan lagi ke medium yang mempunyai kecepatan lebih rendah.

KESIMPULAN

Dari simulasi komputasi pada penalaran gelombang elastik dalam medium menggunakan metode pendekatan beda hingga dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut.

1. Kondisi batas tepi model merupakan batas semu untuk komputasi yang diperlukan untuk menghilangkan refleksi yang tidak diinginkan dari tepi model medium dan membuat suatu model medium yang tak berhingga (*infinite model*).
2. Redaman optimum untuk simulasi penalaran gelombang adalah dengan faktor redaman $D_f = 3$ dan lebar redaman tepi $n_{abs} = 70 - 100$ grid points.
3. Aplikasi kondisi batas medium diperlukan dalam simulasi penalaran gelombang elastik agar penalaran gelombang ketika mengenai bidang-bidang batas medium akan menjalar secara benar.

DAFTAR PUSTAKA

- Albert, C., & Reynolds. (1978). Boundary Condition for the Numerical Solution of Wave Propagation Problems. *Geophysics*, 41, 1099-1110.
- Alterman, Z., & Karal, F. C. (1968). Propagation of Elastic Waves in Layered Media by Finite Difference Methods. *Bull. Seism. Soc. Am*, 58, 367-398.
- Boore, D. M. (1972). *Finite Difference Methods for Seismic Waves Propagation in Heterogeneous Materials*. in Bolt, B. A. Ed, *Methods in Computational Physics*, 11: Academic Press, Inc.
- Cerjan, C., Kosloff, R., & Reshef, M. (1985). A Nonreflecting Boundary Condition for Discrete Acoustic and Elastic Wave Equation. *Geophysics*, 50, 705-708.
- Clayton, R. W., & Engquist, B. (1977). Absorbing Boundary Condition for Wave Equation Migration. *Geophysics*, 45, 895-904.
- Graves, R. W. (1996). Simulating Wave Propagation in 3D Elastic Media Using Staggered Grid Finite Difference. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86, 1091-1106.
- Igel, H. (1999). *Numerical Methods in Geophysics*. LMU Munchen: Lecture Notes Inst. f. Allg. u. Angew. Geophysik.
- Javaherian, A. & Amini, N. (). A Matlab-Based Frequency-Domain Finite Difference Package for Solving 2D Visco - Acoustic Wave Equation. *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 21, No.1.
- Levander, A. R. (1988). Fourth Order Finite Difference P-SV Seismograms. *Geophysics*, 53, 1425-1436.
- Lysmer, J., & Kuhlenmeyer, R. L. (1969). Finite Dynamic Model for Infinite Media. *J. Eng. Mech. Div., Proc. Am. Soc. Civil Eng.*, v. 95, 859-877.
- Madariaga, R. (1976). Dynamic of an Expanding Circular Fault. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 65, 163-182.
- Riley, K.F., Hobson, M.P., dan Bence, S.J. (2006). *Mathematical Methods for Physics and Engineering. Third Edition*. New York, USA: Cambridge University Press.
- Sheriff, R. E., & Geldart, L. P. (1995). *Exploration Seismology: Second Edition*. Cambridge University Press.
- Stasser, M. (2001). *Numerical Modelling of Wavefield Effects of Mantle Plume Structure*. Munchen: Ludwig-Maximilians-Universitat.
- Vemuri, J., & Karplus, W. J. (1981). *Digital Computer Treatment of Partial Differential Equation*. New Jersey, USA: Prentice Hall Inc.
- Vichenevetsky, R. (1981). *Computer Methods for Partial Differential Equation*. New Jersey, USA: Prentice Hall Inc.
- Virieux, J. (1984). SH Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-stress Finite Difference Method. *Geophysics*, 49, 1933-1957.
- Virieux, J. (1986). P-SV Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-stress Finite Difference Method. *Geophysics*, 51, 889-901.